

**ETS de ARQUITECTURA de MADRID,
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID**

***ESTRUCTURAS I
EJERCICIOS SOBRE FUNICULARES***



**Planteamiento: JOSÉ L. FERNÁNDEZ CABO
Desarrollo: RUBÉN CONDE GÓMEZ, MARIA LUCIA CERMEÑO.
Con la Colaboración de: JOSÉ L. FERNÁNDEZ CABO, JOAQUÍN
ANTUÑA BERNARDO, ALMUDENA MAJANO MAJANO.**

MADRID, Junio 2013 (v1)

Licencia Creative Commons tipo:
Reconocimiento - NoComercial - SinObraDerivada (by-nc-nd)



La colaboración de los alumnos Rubén Conde Gómez y María Lucía Cermeño ha sido posible gracias al proyecto de innovación educativa IE12_13-03013 financiado por la Universidad Politécnica de Madrid en el curso 2012-13.

PRÁCTICA 4 – FUNICULARES

CASO 1 – MÉTODO ANALÍTICO

INTRODUCCIÓN

Se va a trabajar en primer lugar sobre el picadero del Club de Campo de Madrid (Fig. 1), obra del arquitecto José Antonio Domínguez Salazar y de los ingenieros Carlos Fernández Casado, Leonardo Fernández Troyano y Javier Manterola Armisen. Esa oficina de ingeniería ha firmado muchas de las estructuras de las obras más emblemáticas de la arquitectura española del siglo XX. Es sin duda una gran obra de arquitectura que además tiene un interés estructural indudable.

La cubierta tiene un diseño funicular muy simple (Fig. 2), básicamente con una curvatura. Hay en realidad una doble curvatura para poder evacuar las aguas (Fig. 9), y de hecho en esa dirección existen también barras de acero que atan longitudinalmente toda la construcción (Fig. 7).

El funicular se construye con barras de acero tipo Gewi® de Dywidag (usaremos en ocasiones el nombre de cable, aunque estrictamente se trata de barras corrugadas, y por tanto no puede hablarse de cables), que al ser de pequeño diámetro (26mm) en relación la pequeña curvatura del funicular se doblan con toda facilidad. Sobre esas barras se van apoyando unas placas prefabricadas de hormigón armado que llevan unas muescas en su cara inferior para afianzar el apoyo sobre las barras y facilitar al mismo tiempo su colocación (Fig. 7). De este modo se evita la necesidad de andamiajes. Esa junta se hormigonará después desde arriba gracias a un pequeño encofrado inferior del que sólo queda la huella de la varilla que lo sujetaba (Fig. 6).

En el diseño de esta unión colabora la empresa Dywidag (acrónimo formado con el nombre de sus fundadores, Dyckerhoff & Widmann), que fabrica las barras Gewi®, y que se ha encargado de construir muchas de las obras más emblemáticas de hormigón armado del siglo XX en Europa, y desde hace ya tiempo por todo el mundo. A esta empresa han estado vinculados en su comienzo ingenieros tan importantes como Franz Dischinger y Ulrich Finsterwalder, pioneros en la construcción de láminas de hormigón y otros tipos estructurales.

Las barras Gewi® se fabrican con un corrugado que al mismo tiempo forma paso de rosca, de manera que se pueden empalmar con manquitos produciendo una unión in situ totalmente fiable; y se pueden colocar tuercas como en cualquier otra barra roscada. Los manquitos evitas tener que soldar en obra, una práctica muy conveniente, y las tuercas ofrecen un gran apoyo para muchas soluciones constructivas. Además se trata de un producto de construcción muy accesible. En el mercado hay ahora otros productos similares.

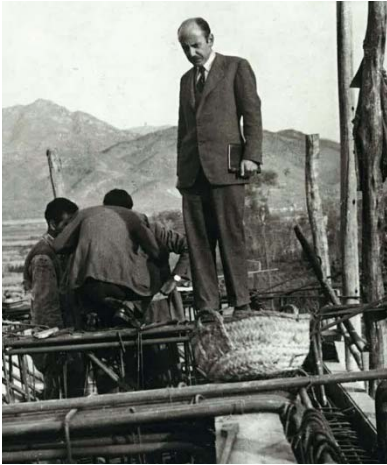


Fig. 1 Carlos Fernández Casado

La estructura real tiene un pretensado que no se va a considerar aquí por exceder del nivel de complejidad de este curso. En este trabajo se estudia por tanto el funcionamiento de la estructura en relación a su diseño funicular. El alumno debe ser consciente de que el desarrollo del proyecto de ejecución implica un análisis más completo y complejo. No obstante, el trabajo que se realizará permite entender el proyecto de la estructura y comprobar la gran utilidad del concepto de funicular.



Fig. 2. Imagen de la cubierta antes de la colocación de la fachada



Fig. 3. Vista interior del Picadero



Fig. 4 Soportes y tirante en uno de los testeros

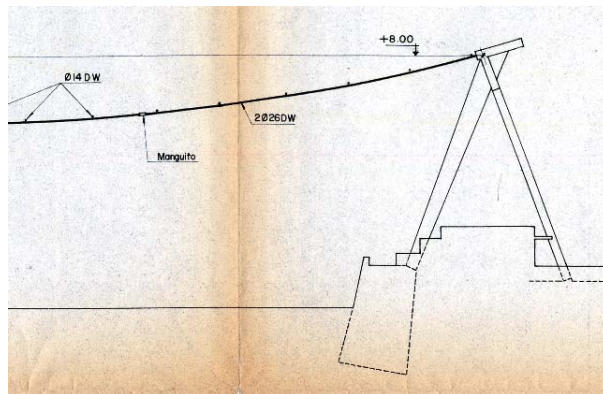


Fig. 5. Sección original del proyecto, en donde se aprecia la viga en L a la que se van anclando las barras del funicular



Fig. 6 Vista desde el interior de la junta entre placas

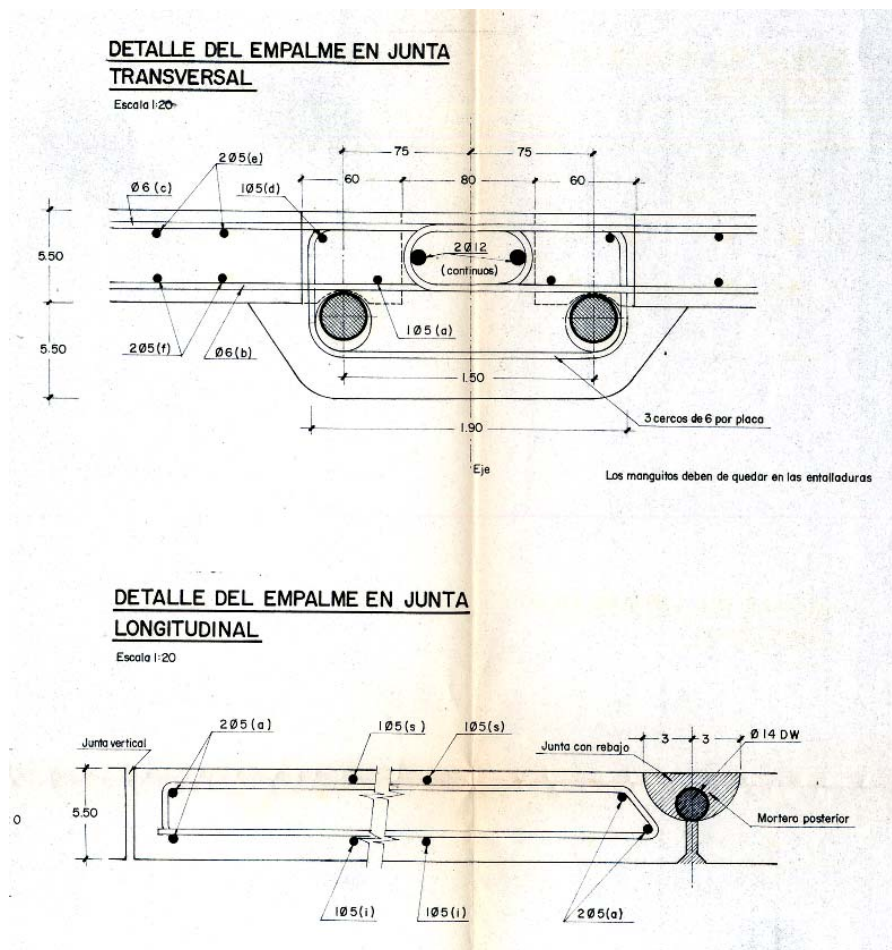


Fig. 7. Detalles del proyecto original del las juntas transversal y longitudinal entre placas



Fig. 8. Detalle del soporte y tirante de un testero o hastial junto con la viga L de cabeza (en la foto se aprecia el resalte vertical que básicamente se introduce para el arriostramiento de la estructura en esa dirección)



Fig. 9. Vista de un desagüe en uno de los testeros.



Fig. 10. Detalle del encuentro entre la fachada de un hastial y la cubierta, liberando el movimiento vertical entre ambos elementos de forma que la cubierta no cargue en la fachada.



Fig. 11. Vista lateral exterior. Nótese que junto a la puerta de acceso se aprecian las masas de anclaje del tirante.

ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

La organización constructiva nos ofrece en este caso un claro apoyo para analizar la estructura, y ya que se trata de una estructura hipostática en lo tocante a su esquema funicular e isostática externamente, es decir, respecto a su sustentación.

La organización constructiva es muy simple. Las placas prefabricadas de hormigón armado se van apoyando (Fig. 12) de forma isostática sobre dos barras de acero tipo GEWI®. De ahí que las barras se coloquen por parejas. Se trata de un esquema también clásico. Las barras se anclan en cada uno de sus extremos a una viga de borde en forma de L. Parte de esa viga L lleva la carga a los arranques (Fig. 13), formados por soportes inclinados de hormigón armado, y atados en su base por otra barra de hormigón. Al añadir esta última barra se va a conseguir que una de las reacciones sea sólo vertical, y gracias a ello bastará añadir peso para cerrar el equilibrio.

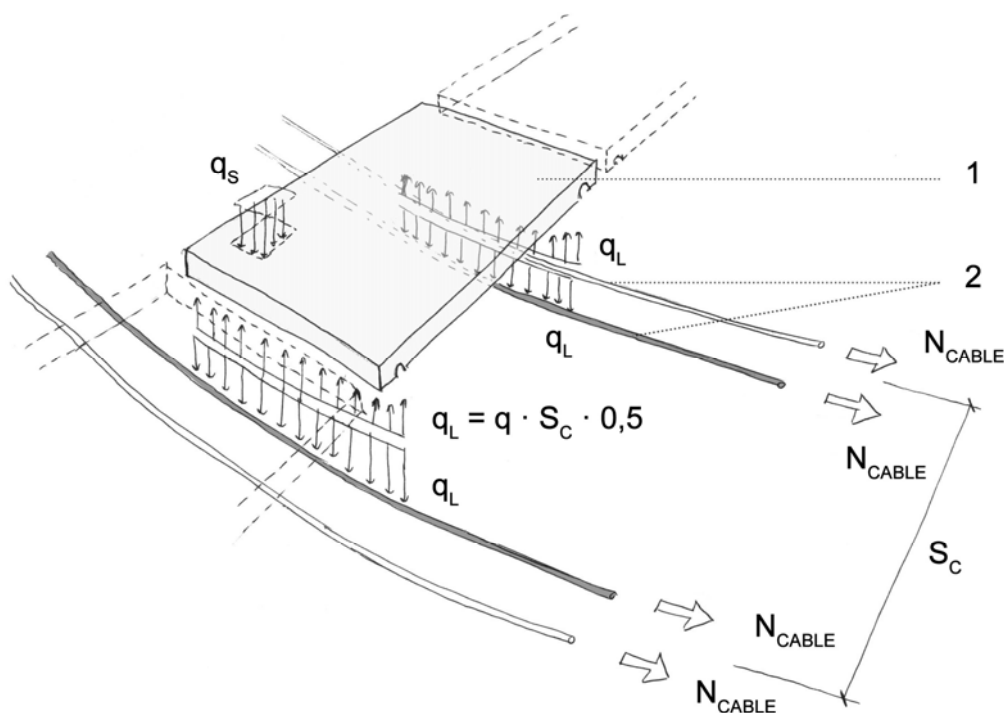


Fig. 12. Detalle del apoyo de las placas prefabricadas sobre las barras Gewe. 1 - Placas prefabricadas de hormigón, 2 - Cables de acero, 3 - Viga de borde, 4 - Soporte

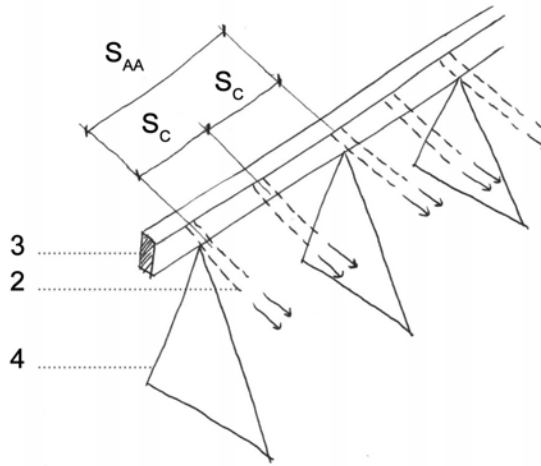


Fig. 13. Viga de borde.

EVALUACIÓN DE LA CARGA q LINEAL EN CADA CABLE DE ACERO

Datos: $L_c = 35 \text{ m}$ $s_c = 2,5 \text{ m}$ $s_{AA} = 5 \text{ m}$ $q_s = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

En este apartado, se va a determinar la carga q lineal (q_L) que soporta cada cable separado.

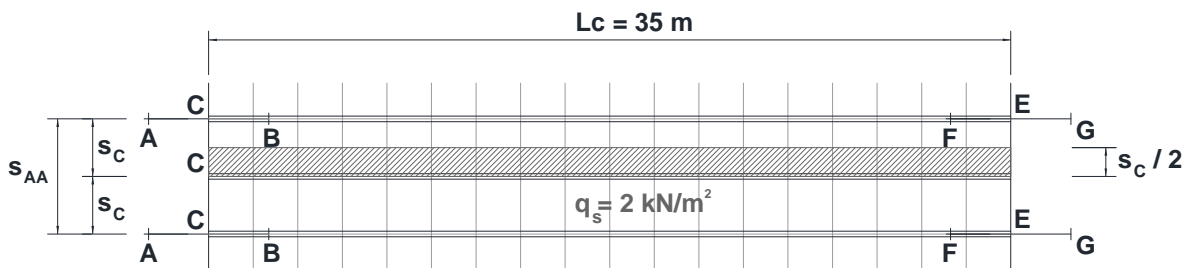


Fig. 14. Carga soportada por un único cable.

Cada placa funciona siguiendo el esquema de una viga biapoyada, que reparte la carga superficial q_s por igual entre los dos cables que la sustentan. Cada cable soportará la mitad de la carga que recibe cada placa (Fig. 14), por lo tanto, un cable recibirá:

$$q_L = q_s \cdot \frac{s_c}{2} = 2,5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

A partir de este punto, por comodidad, se llamará simplemente q a la carga lineal q_L .

EMPUJE PARA UNA FLECHA CD

Se toma un cable de forma aislada para estudiar el equilibrio global de fuerzas y obtener las reacciones en los arranques (Fig. 15):

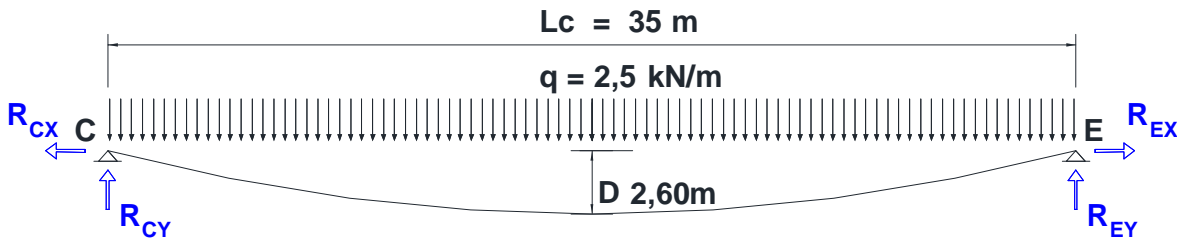


Fig. 15 Equilibrio de fuerzas de un cable

Se va a aproximar la carga lineal permanente q (que se acaba de calcular por unidad de longitud), a una carga uniforme en su proyección horizontal (Fig. 15). Nótese que, si el peso se distribuye uniformemente a lo largo de la directriz del cable (no de su proyección horizontal), la forma del cable es la de una catenaria, y no de una parábola. Pero para esbelteces como esta, la diferencia de esas dos geometrías es muy pequeña, y el modelo de carga horizontal uniforme ofrece un error bajo de cara a los esfuerzos en los arranques.

No obstante, de cara al cálculo de la posición final de la estructura, el modelo no sería válido, y habría que definir la catenaria real (o el funicular que se produzca realmente en cada caso). Y para esto último es sin duda más adecuado el uso de la herramienta analítica, en vez de la gráfica.

Equilibrio de momentos en el apoyo izquierdo, C

$$\sum M_C = 0 \quad (+\curvearrowright) \Rightarrow +R_{EY} \cdot L_C - (q \cdot L_C) \cdot \frac{L_C}{2} = 0$$

Se despeja R_{EY} , componente vertical de la reacción en el apoyo derecho.

$$R_{EY} = \frac{q \cdot L_C}{2}; \quad R_{EY} = \frac{2,5 \cdot 35}{2} = 43,75 \text{ kN}$$

Ahora, se plantea el equilibrio de momentos en el apoyo E, para averiguar la componente vertical del mismo:

$$\sum M_E = 0 \quad (+\curvearrowright) \Rightarrow -R_{CY} \cdot L_C + (q \cdot L_C) \cdot \frac{L_C}{2} = 0$$

Despejando R_{CY} , se obtiene la reacción vertical:

$$R_{CY} = \frac{q \cdot L_c}{2} = R_{EY} = 43,75 \text{ kN}$$

Como comprobación, se plantea la condición de equilibrio de fuerzas verticales. Comprobado, la igualdad se verifica:

$$\sum F_Y = 0 \quad (+ \uparrow) \Rightarrow R_{CY} + R_{EY} - q \cdot L_c = 0$$

$$87,5 + 87,5 - 175 = 0$$

Para obtener la componente horizontal de las reacciones, se plantea la condición de equilibrio de fuerzas horizontales:

$$\sum F_X = 0 \quad (+ \rightarrow) \Rightarrow -R_{CX} + R_{EX} = 0; \quad R_{CX} = R_{EX}$$

Se está trabajando en una estructura cuya sustentación y distribución de acciones son simétricas. Por lo tanto, no sorprende que las reacciones en ambos apoyos sean iguales. Para calcular la componente horizontal, hay que seccionar el cable y tomar momentos. Se tomarán en el punto D, punto cuya posición es conocida. Tomando la parte izquierda del cable (**Fig. 16**):

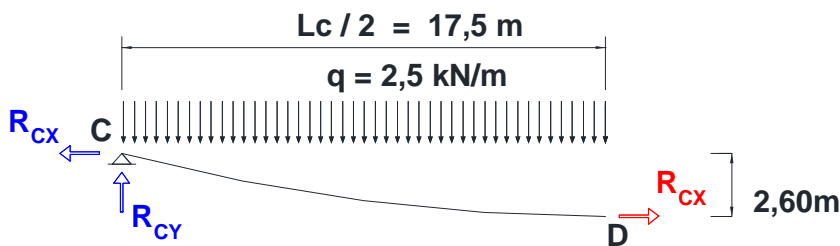


Fig. 16 Sección del cable por el punto D.

$$\sum M_D = 0 \quad (+ \curvearrowright) \Rightarrow +2,6R_{CX} - 17,5R_{CY} + \frac{17,5^2}{2}q = 0$$

$$R_{CX} = \frac{17,5R_{CY} - \frac{17,5^2}{2}q}{2,6} = 147,24 \text{ kN}$$

Como comprobación, se tomará momentos en D considerando la parte derecha de la estructura.

$$\sum M_D = 0 \quad (+ \curvearrowright) \Rightarrow +2,6R_{EX} - 17,5R_{EY} + \frac{17,5^2}{2}q = 0$$

$$R_{EX} = \frac{17,5R_{EY} - \frac{17,5^2}{2}q}{2,6} = 147,24 \text{ kN}$$

Por lo tanto, se verifica la condición antes mencionada. La reacción horizontal en ambos apoyos es el empuje del funicular.

$$R_{EX} = R_{CX} = 147,24 \text{ kN} \quad \text{EMPUJE (H}_{CD}\text{)}$$

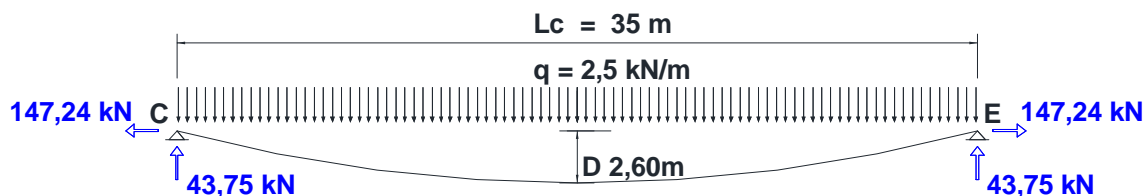


Fig. 17 Valor de las reacciones en ambos arranques del cable

En un funicular como éste, sometido a fuerzas verticales, el empuje se mantiene constante a lo largo de todo el cable. Los esfuerzos axiles siguen, lógicamente, la dirección del mismo. Por tanto, como el empuje es constante, la componente vertical del axil es la única que va variando a lo largo del cable (Fig. 18 y Fig. 19).

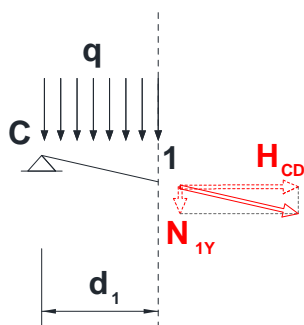


Fig. 18. Corte 1, cercano al arranque

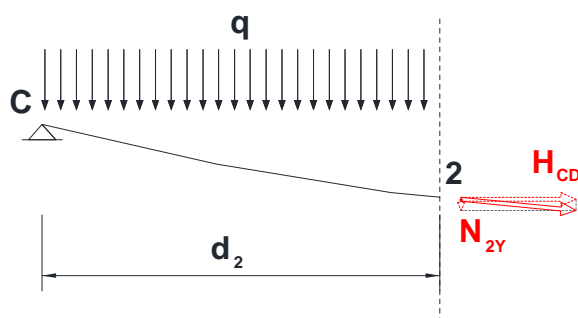


Fig. 19. Corte 2, siendo $d_1 < d_2$

Nótese la variación de N_Y en función de la pendiente del cable

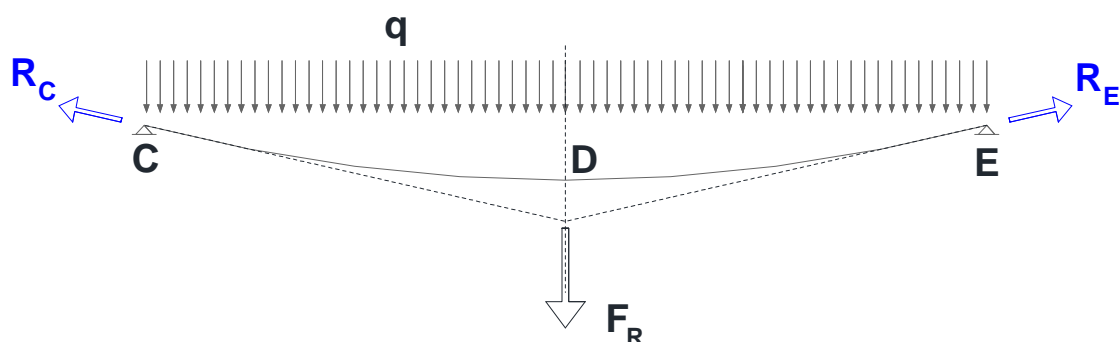


Fig. 20. Propiedad de la parábola.

Al simplificar la distribución de cargas, se puede utilizar la propiedad de la parábola (Fig. 20): la fuerza resultante se aplica en el punto medio de la distribución, que coincide con el vértice de la parábola.

ESFUERZO MÁXIMO EN EL CABLE

El esfuerzo máximo se encontrará en el tramo de cable que tenga la mayor pendiente. Esto ocurre en los extremos. Entonces, el esfuerzo máximo será (Fig. 21):

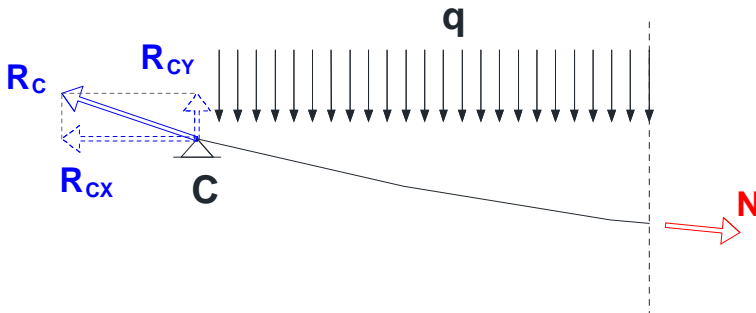


Fig. 21. Esfuerzo máximo en el cable.

$$R_C = \sqrt{R_{Cx}^2 + R_{Cy}^2} = \sqrt{147,24^2 + 43,75^2}$$

$$R_C = N_{MAX} = 153,60 \text{ kN} \quad \text{ESFUERZO MÁXIMO CABLE}$$

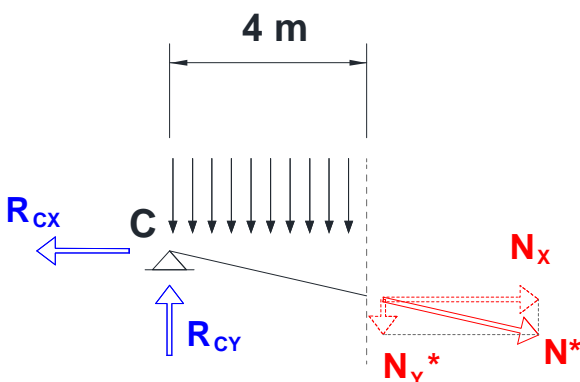
ESFUERZO MÍNIMO EN EL CABLE

El punto D del cable (Fig. 17) coincide con el punto más bajo del tramo parabólico, donde la tangente es horizontal. Por lo tanto, el esfuerzo axial en ese punto no tendrá componente vertical, siendo el valor del axil igual al empuje (Fig. 16).

$$N_{MIN} = H_{CD} = 147,24 \text{ kN} \quad \text{ESFUERZO MÍNIMO CABLE}$$

ESFUERZO EN EL CABLE A 4 m DEL ARRANQUE

Ahora se secciona a 4 metros del arranque (Fig. 22) y se establece la condición de equilibrio global para fuerzas verticales. Se marcan con asterisco los esfuerzos desconocidos (Esfuerzo del cable N y su componente vertical N_Y).



$$\sum F_Y = 0 \quad (+ \uparrow) \Rightarrow R_{Cy} - N_Y - 4q = 0;$$

$$N_Y = R_{Cy} - 4q$$

$$N_Y = 43,75 - 4 \cdot 2,5 = 33,75 \text{ kN}$$

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2};$$

$$N = \sqrt{147,24^2 + 33,75^2}$$

$$N = 151,06 \text{ kN} \quad \text{ESFUERZO CABLE A 4 M}$$

Fig. 22. Esfuerzo a 4m del arranque.

VALOR DE LA REACCIÓN EN A

Como se comentó anteriormente, los cables de la cubierta van unidos a una viga de borde, sujeta por unos soportes. Cada uno resiste los esfuerzos transmitidos por 4 cables (Fig. 23 y Fig. 24). Por lo tanto, la viga transmite al soporte una fuerza equivalente a:

$$F_C = 4R_C = 614,4 \text{ kN}$$

Se aplica el equilibrio global de fuerzas en uno de los soportes (Fig. 25). Para calcular la reacción en A, se toman momentos en el punto B:

$$F_{CY} = 4R_{CY} = 175 \text{ kN}$$

$$F_{CX} = 4R_{CX} = 588,94 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \quad (+\curvearrowright) \Rightarrow -6R_A + 3F_{CY} - 8F_{CX} = 0; \quad R_A = \frac{+3F_{CY} - 8F_{CX}}{6}$$

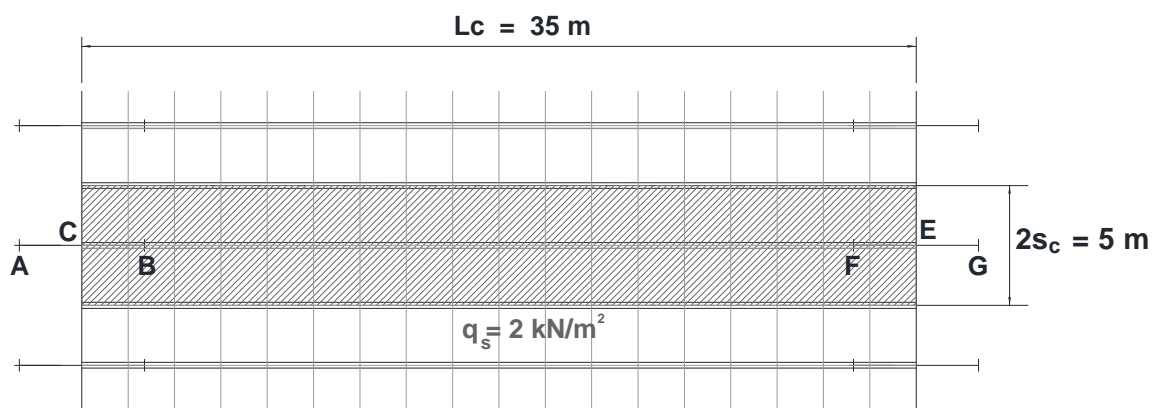


Fig. 23. Superficie de carga soportada por ambos soportes.

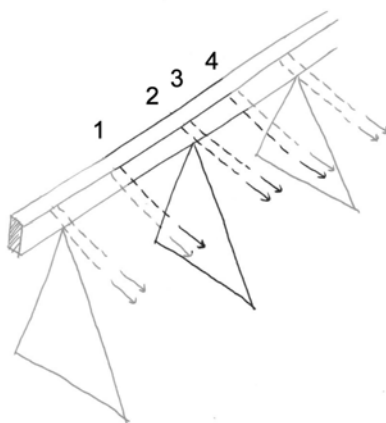


Fig. 24. Cada soporte sujeta 4 cables.

$R_{AX} = 0 \text{ kN}$
$R_{AY} = -697,75 \text{ kN}$

REACCIÓN EN A

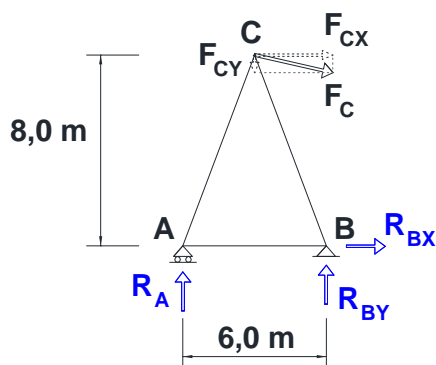


Fig. 25. Primer planteamiento

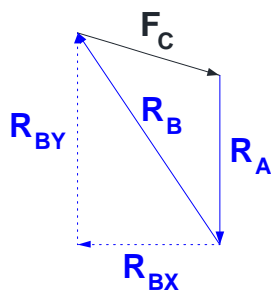


Fig. 26. Sumatorio de fuerzas

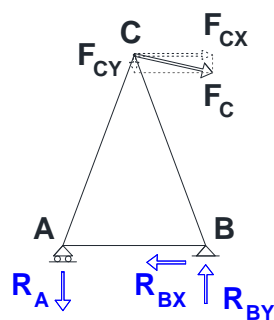


Fig. 27. Reacciones corregidas.

VALOR DE LA REACCIÓN EN B

Se toman momentos una vez más, pero ahora en el punto A.

$$\sum M_A = 0 \quad (+ \curvearrowright) \Rightarrow +6R_{BY} - 3F_{CY} - 8F_{CX} = 0; \quad R_{BY} = \frac{+3F_{CY} + 8F_{CX}}{6}$$

$$R_{BY} = 872,75 \text{ kN}$$

REACCIÓN VERTICAL EN B

Para calcular la reacción horizontal, se plantea la condición de equilibrio para fuerzas horizontales.

$$\sum F_X = 0 \quad (+ \rightarrow) \Rightarrow F_{CX} + R_{BX} = 0; \quad R_{BX} = -F_{CX}$$

$$R_{BX} = -588,94 \text{ kN}$$

REACCIÓN HORIZONTAL EN B

Ahora se plantea la 3ª condición de equilibrio como comprobación:

$$\sum F_Y = 0 \quad (+ \uparrow) \Rightarrow R_A + R_{BY} - F_{CY} = 0; \quad R_{BY} = F_{CY} - R_A$$

$$-697,75 + 872,75 - 175 = 0$$

ESFUERZO AXIL DE LAS BARRAS

Se ha corregido el esquema del soporte en función de las reacciones obtenidas. Por lo tanto, se utilizará su valor positivo, y el signo dependerá del criterio elegido (Fig. 27). A continuación, se aíslan los nudos A y B para conocer el esfuerzo axil de las barras.

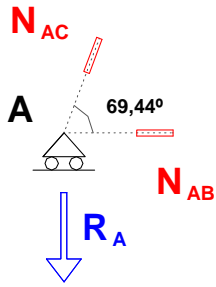


Fig. 28 . Planteamiento inicial, nudo A

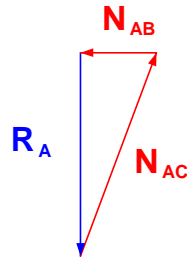


Fig. 29 . Sumatorio de fuerzas

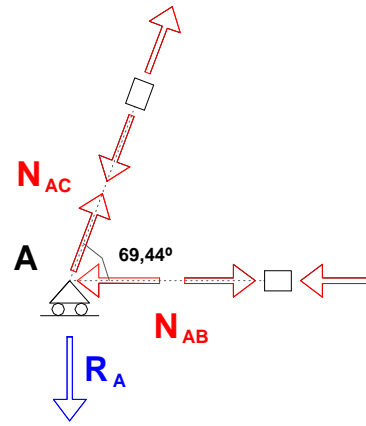


Fig. 30 . Equilibrio en nudo A

Nudo A: barras AC y AB.

$$\sum F_x = 0 \quad (+ \rightarrow) \Rightarrow -N_{AB} + N_{AC} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad (+ \uparrow) \Rightarrow -R_A + N_{AC} \cdot \sin \alpha = 0$$

Se despeja N_{AC} en $\sum F_y$ para obtener el axil de la barra AC. Se utilizará valor positivo para tracción (+) y negativo para compresión (-).

$$N_{AC} = \frac{R_A}{\sin \alpha} = \frac{697,75}{\sin 69,44};$$

$$N_{AC} = 745,20 \text{ kN}$$

$$N_{AC} = +745,20 \text{ kN}$$

← ⊕ → TRACCIÓN - ESFUERZO AXIL BARRA AC

Se sustituye el valor de N_{AC} y se despeja N_{AB} :

$$N_{AB} = N_{AC} \cdot \cos \alpha = 745,20 \cdot \cos 69,44; \quad N_{AB} = 261,66 \text{ kN}$$

$$N_{AB} = -261,66 \text{ kN}$$

→ ⊖ ← COMPRESIÓN - ESFUERZO AXIL BARRA AB

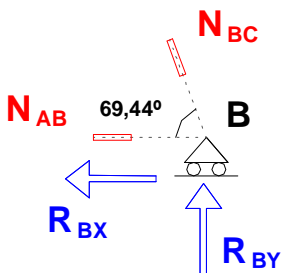


Fig. 31. Planteamiento inicial, nudo B

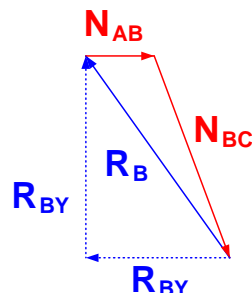


Fig. 32. Sumatorio de fuerzas

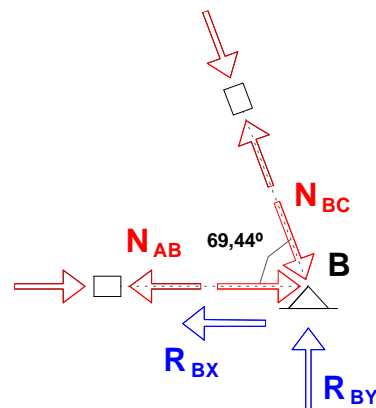


Fig. 33. Equilibrio en nudo B

Nudo B: barra BC.

$$\sum F_X = 0 \quad (+ \rightarrow) \Rightarrow N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos \alpha - R_{BX} = 0$$

$$\sum F_Y = 0 \quad (+ \uparrow) \Rightarrow -N_{BC} \cdot \sin \alpha + R_{BY} = 0$$

Se despeja N_{BC} de $\sum F_Y$ para obtener el axil de la barra BC.

$$N_{BC} = \frac{R_{BY}}{\sin \alpha} = \frac{872,75}{\sin 69,44}; \quad N_{BC} = 932,10 \text{ kN}$$

$$N_{BC} = -932,10 \text{ kN} \quad \rightarrow \square \leftarrow \text{COMPRESIÓN - ESFUERZO AXIL BARRA BC}$$

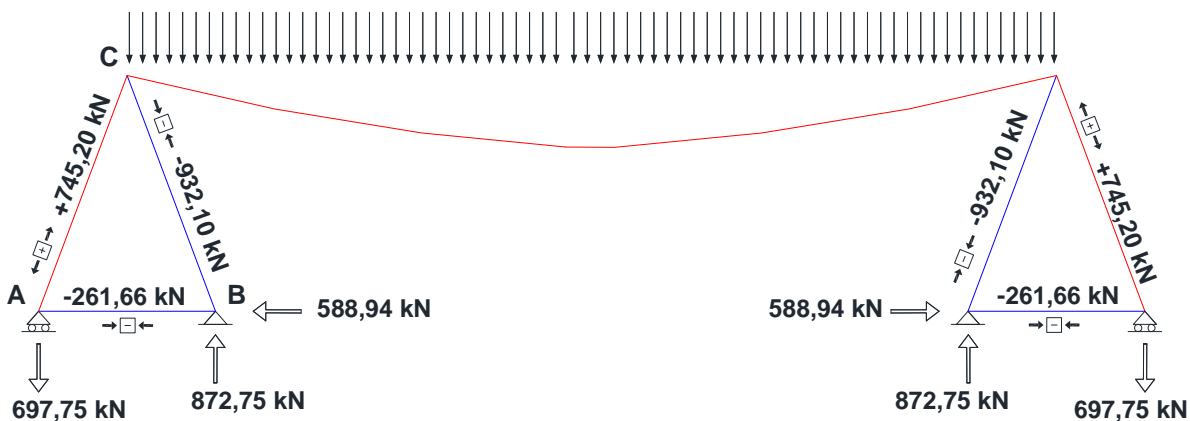


Fig. 34. Reacciones en los soportes y esfuerzos de las barras.

DIMENSIONADO DE ELEMENTOS

Una vez calculadas la reacciones en los apoyos y las sollicitaciones en las barras, se necesita dimensionar una zapata cúbica de hormigón en A, capaz de equilibrar la estructura con un coeficiente de seguridad $\gamma=3$.

Se aísla el nudo A. Como se ve en Fig. 35 y se demostró anteriormente, la componente horizontal de la barra AC se anula con el axil de la barra AB. Entonces, se necesita equilibrar con la zapata la componente vertical N_{ACy} , la cual es lógicamente igual que la reacción en el apoyo A.

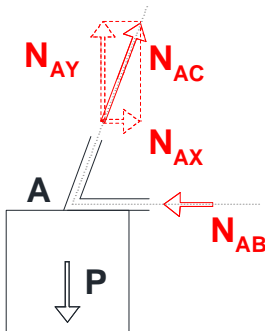


Fig. 35 Zapata en A.

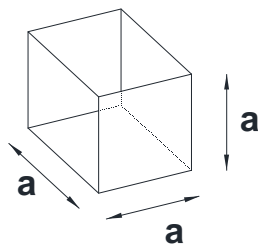


Fig. 36 Morfología de la zapata.



Fig. 37 Fotografía de las masas reales.

Peso específico del hormigón = 25 kN/m³
 Coeficiente de seguridad $\gamma = 3$

$$\frac{P}{N_{AY}} = 3; \quad P = 3N_{AY}; \quad P = 3 \cdot 697,75; \quad P = 2093,15 \text{ kN} \quad \text{Peso de la zapata}$$

$$v = \frac{P}{\gamma}; \quad v = \frac{2093,25}{25}; \quad v = 83,73 \text{ m}^3 \quad \text{Volumen de la zapata}$$

$$a^3 = v; \quad a = \sqrt[3]{v}; \quad a = \sqrt[3]{83,73}; \quad \boxed{a = 4,37 \text{ m}} \quad \text{LADO DE LA ZAPATA}$$

Para equilibrar la estructura con seguridad, se necesitan unas zapatas de gran dimensión. Las reales se pueden ver en Fig. 37.

Suponiendo que se colocara una zapata con apoyo horizontal en B, se calcula el coeficiente de rozamiento necesario para que la estructura resista la carga con un coeficiente de seguridad $\gamma=3$.

La fuerza de rozamiento es una fuerza que se opone al movimiento, por lo tanto, tendrá misma dirección que la fuerza que lo provoque, pero con sentido contrario (Fig. 38).

Como se comprobó anteriormente, la componente vertical de N_{BC} se anula con la reacción del apoyo R_{BY} . Por lo tanto, F_r se opone a N_{BCX} y N_{AB} . Se deduce lógicamente que F_r y R_{BX} son la misma fuerza.

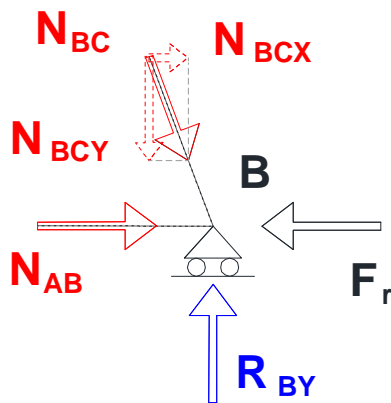


Fig. 38. Equilibrio en el apoyo B.

Se plantea el equilibrio de fuerzas horizontales en B

$$\sum F_x = 0 \quad (+ \rightarrow) \Rightarrow -F_r + N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos \alpha = 0$$

$$F_r = N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos \alpha = 0$$

El módulo de la fuerza de rozamiento es igual a:

$$F_r = \mu_e \cdot N; \quad F_r = \mu_e \cdot R_{BY}$$

Siendo N la normal en el apoyo, R_{BY} . Por lo tanto:

$$\mu_e \cdot R_{BY} = N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos \alpha$$

Las cargas deben mayorarse para que $\gamma=3$.

$$\mu_e \cdot 3R_{BY} = 3N_{AB} + 3N_{BC} \cdot \cos \alpha$$

Se despeja μ_e

$$\mu_e = \frac{3(N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos \alpha)}{3R_{BY}}; \quad \mu_e = \frac{(N_{AB} + N_{BC} \cdot \cos \alpha)}{R_{BY}}$$

$$\mu_e = \frac{588,94}{872,75}; \quad \boxed{\mu_e = 0,67} \quad \text{COEFICIENTE DE ROZAMIENTO ESTÁTICO}$$

CASO 1 – MÉTODO GRÁFICO

Para la carga P , obtenida por discretización regular de la anterior, se va trazar el funicular con flecha de 2,6m.

$$P = 8,75 \text{ kN}$$

Primero, se plantea un polo arbitrario O_1 y se traza el polígono sumatorio de fuerzas (Fig. 40). La inclinación de los esfuerzos del polígono es la misma que la del tramo del funicular que le corresponde (véase la numeración de Fig. 39 y Fig. 40). Se dibuja el funicular resultante (Fig. 39).

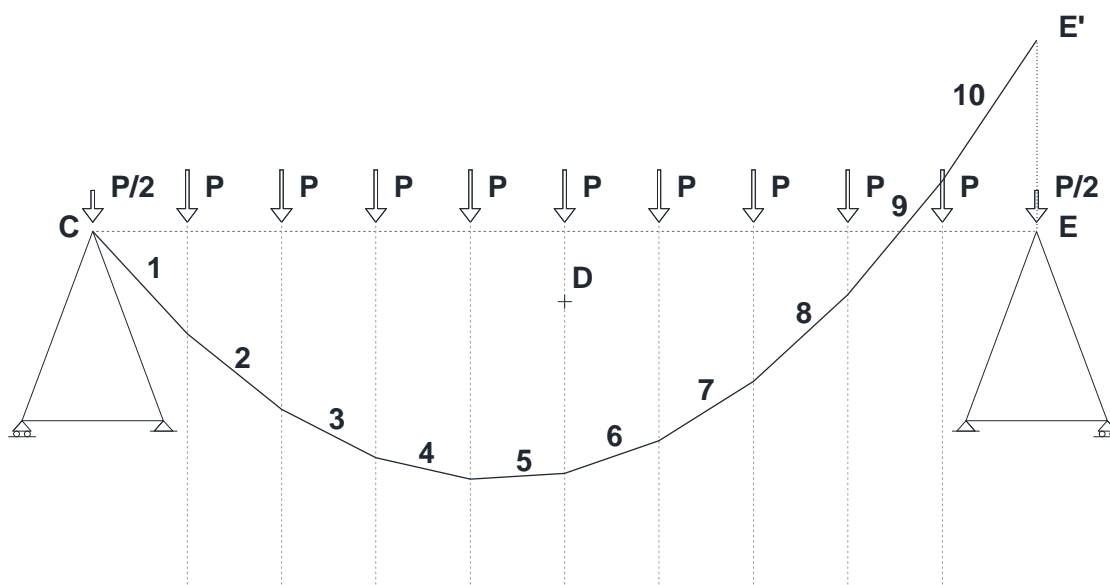


Fig. 39. Trazado del 1^{er} funicular.

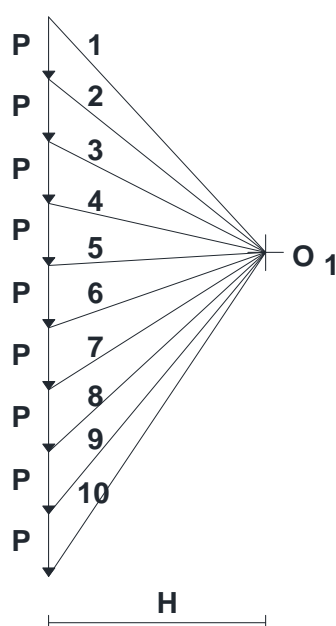


Fig. 40. Polígono de fuerzas 1.

Ahora, se necesita que el funicular pase por el punto E en lugar de E', manteniendo el empuje constante (H). Para conservar momentos:

$$\frac{\bar{H}}{O_1O_2} = \frac{\overline{CE}}{\overline{EE'}}; \quad H \cdot \overline{EE'} = \overline{O_1O_2} \cdot \overline{CE}$$

Por proporcionalidad de triángulos, se obtiene la distancia entre O_1 y O_2 (Fig. 41). Se sitúa el nuevo polo O_2 y se traza de nuevo el polígono de fuerzas (Fig. 43).

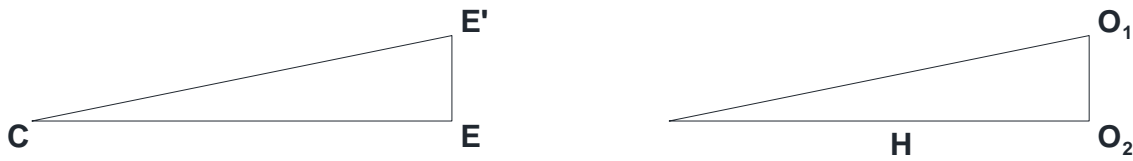


Fig. 41 Semejanza de triángulos

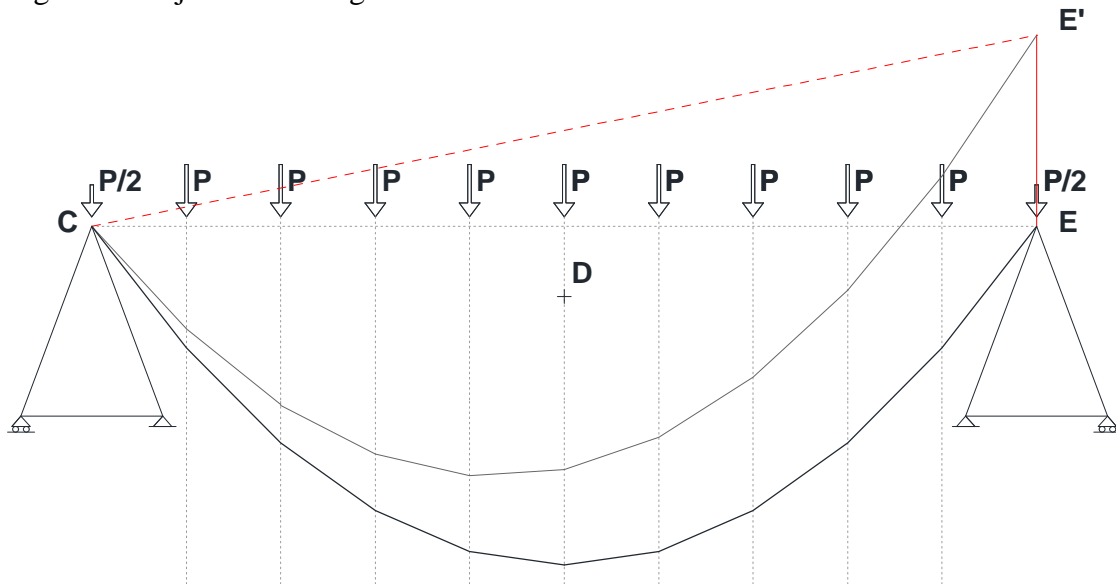


Fig. 42. Trazado del 2º funicular.

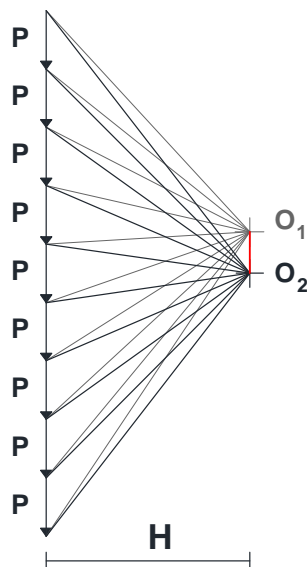


Fig. 43. Polígono de fuerzas 2.

Por último, se necesita que el funicular tenga una flecha de 2,6 m, pasando también por el punto D. Para ello hay que variar el empuje, manteniendo constante la componente vertical de la reacción en los arranques. Esto se consigue trazando a y b.

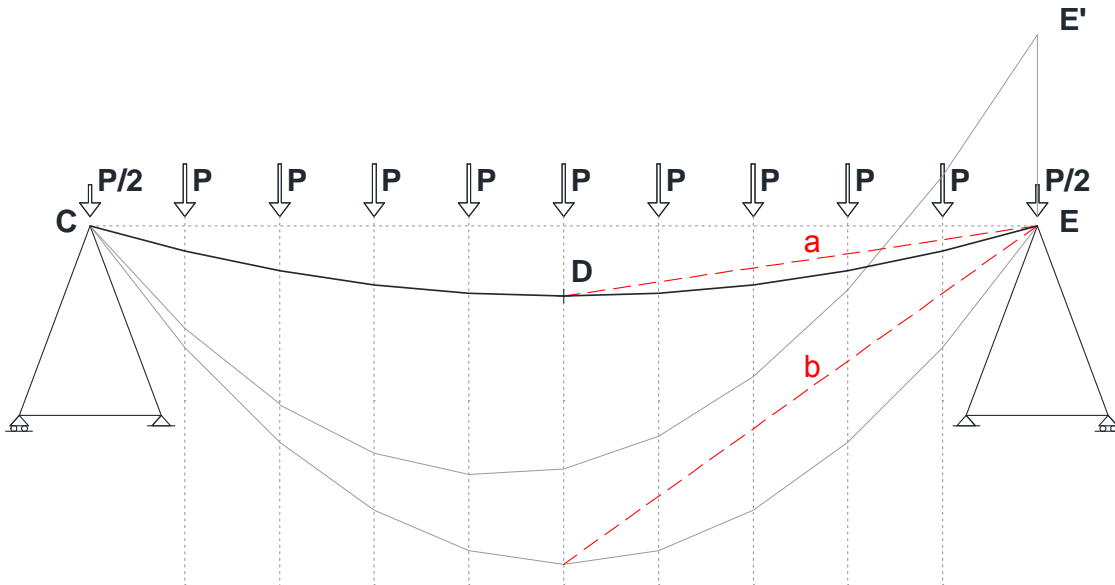


Fig. 44. Trazado del funicular final.

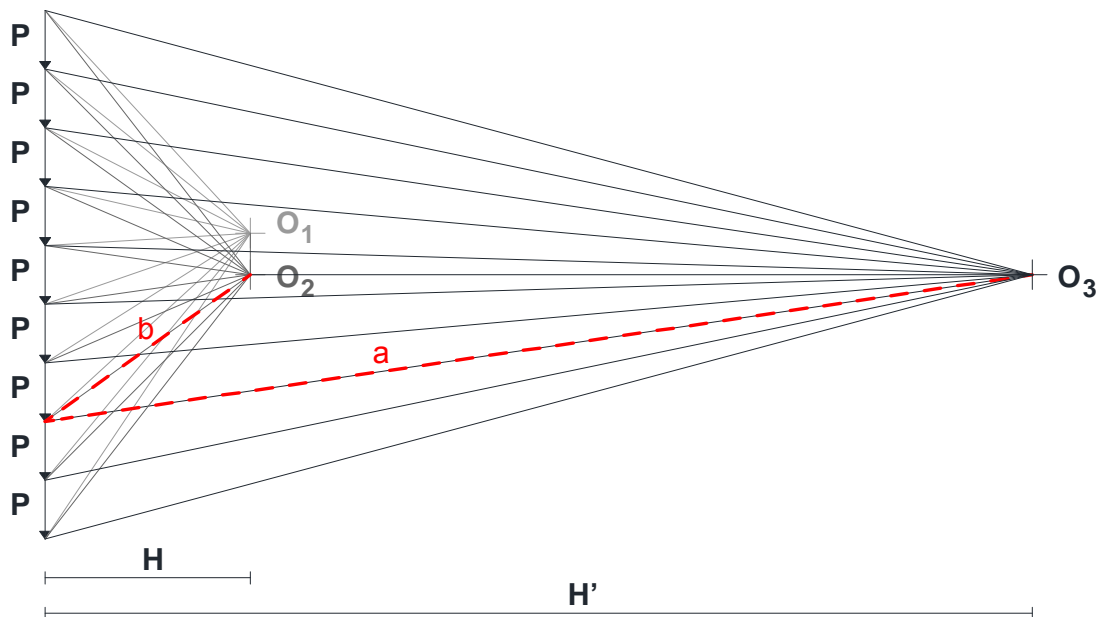


Fig. 45. Polígono de fuerzas final.

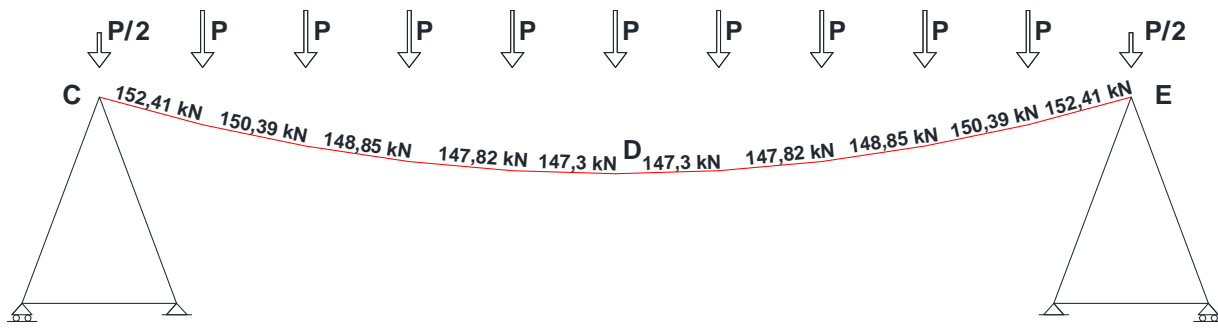


Fig. 46. Esfuerzos en el cable.

CASO 2

INTRODUCCIÓN

En segundo lugar se va a a trabajar sobre la nave Magazzini Generali (Fig. 47) en Chiasso (1924), del ingeniero suizo Robert Maillart (Fig. 48), uno de los ingenieros más importantes del siglo XX y cuya obra el alumno debería revisar poco a poco.

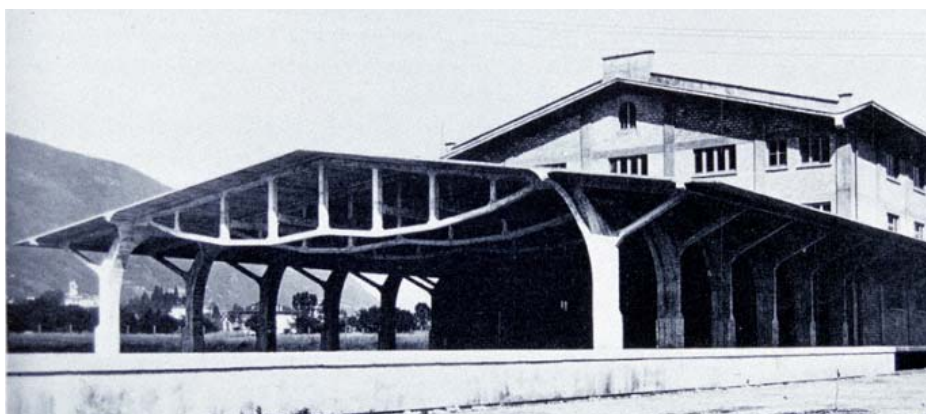


Fig. 47. nave Magazzini Generali en Chiasso (1924), obra del ingeniero Robert Maillart

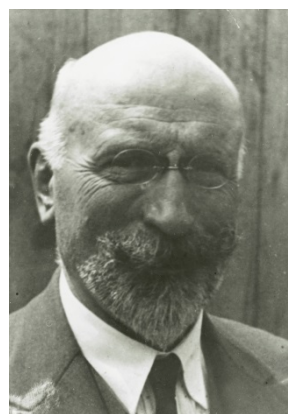


Fig. 48. Robert Maillart

Se diseña con un planteamiento funicular (Fig. 47). Y lo hace de una forma realmente novedosa, siendo un ejemplo paradigmático que merece ser estudiado.

ANÁLISIS DE LA ESTRUCTURA

El diseño es funicular para la carga permanente, la más relevante en este caso. Es decir, bajo dicha carga sólo existen esfuerzos axiales de tracción y compresión. Se habla por tanto de funicular de forma amplia, sin limitar la convivencia de ambos tipos de esfuerzos; ya que lo relevante es que no aparezcan flexiones.

Se estudiará sólo dicha hipótesis de carga, y con ciertas simplificaciones. El análisis completo de la estructura requiere el estudio de otra hipótesis adicionales, en donde el trabajo como funicular deber se complementado con otros mecanismos estructurales más complejos que salen fuera de los objetivos de esta práctica y del propio curso.

EVALUACIÓN DE CARGAS

Se consiera un espesor medio de hormigón de unos 15cm con un peso específico de 25 kN/m^3 ; es decir, la carga por unidad de superficie será $q_s = 0,15 \cdot 25 = 3,75 \text{ kN/m}^2$. Se ha considerado $q_s = 3,7 \text{ kN/m}^2$ finalmente como dato de partida.

El ancho de carga es de $s = 3,5 \text{ m}$ (ver Fig. 49). Esa luz es adecuada para una losa de unos 15cm de grosor, y de ahí el dato anterior. No consideramos ahora el peso de la propia estructura principal, no despreciable. Pero el objetivo ahora es trazar un funicular asociado a unas cargas; y no complicaremos más las cosas con la evaluación precisa de dichas cargas.

En este apartado, se va a determinar la carga lineal q_L que soporta cada estructura funicular.

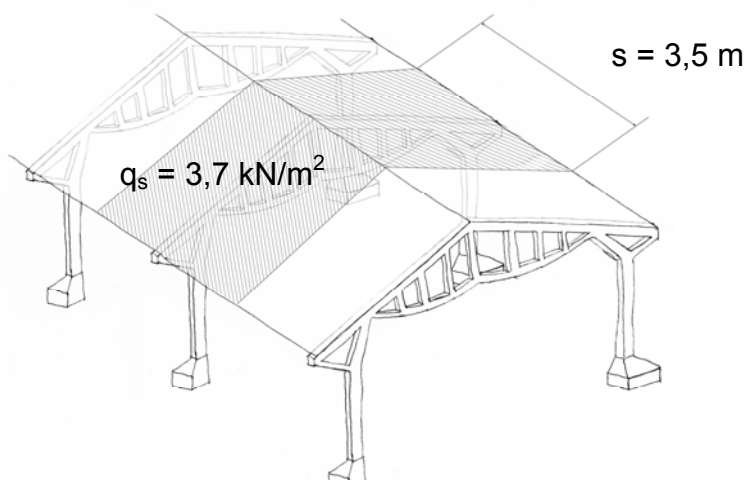


Fig. 49. Banda de carga soportada por cada estructura funicular

La carga lineal q_L que debe soportar cada estructura funicular es:

$$q_L = q_s \cdot s = 12,95 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

CALCULO DE LAS REACCIONES

La Fig. 50 muestra un esquema global de acciones y reacciones existentes en la estructura funicular, de ahí que se omita la estructura central. Se recuerda que las acciones se han simplificado considerando el peso de una losa de hormigón armado de espesor constante de unos 15cm, y no se considera el peso de la propia estructura funicular. En la realidad, la consideración de dicho peso requeriría un proceso iterativo, y por tanto conceptualmente no aporta nada nuevo.

En dicho esquema de fuerzas en equilibrio se ha asumido que no hay empujes en las reacciones, es decir, que ambas reacciones son verticales. Esto no tendría por qué ser así, pero es una hipótesis razonable debido a la verticalidad de los soportes en su arranque. Además es una hipótesis muy favorable de cara a construir la cimentación.

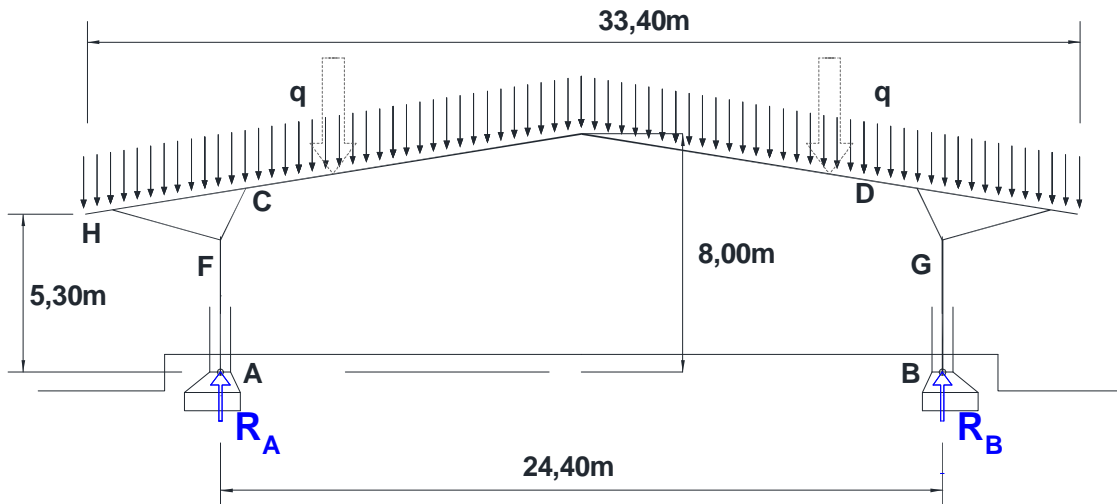


Fig. 50. Acciones y reacciones en la estructura funicular

La carga lineal q_L está repartida a lo largo de los dos faldones de la cubierta. La longitud de cada faldón es

$$l = \sqrt{16,7^2 + 2,7^2} = 16,92 \text{ m}$$

Por equilibrio global de fuerzas verticales (por simetría $R_A = R_B = R$):

$$\sum F_y = 0 \quad (+\uparrow) \Rightarrow -2 \cdot q_L \cdot l + 2R = 0$$

$$R = q \cdot l = 12,95 \cdot 16,92 \rightarrow \boxed{R = 219,114 \text{ kN}}$$

LOCALIZACIÓN DE PUNTO C

	<p>El punto A, en donde se localizan las reacciones, es un dato. No así el punto C. Como se verá, su posición está ya condicionada por el hecho de haber asumido que las reacciones son verticales.</p> <p>Localizar el punto C equivale a determinar el valor de x_c (véase la Fig. 51).</p> <p>Al tratarse de una estructura funicular, en C no existe flector; es decir, se trata de un nudo articulado. No se representan los esfuerzos axiales en C ya que se tomará momentos de dicho punto.</p>
--	---

Fig. 51. Corte para evaluar la posición del punto C

Por razón de semejanza entre triángulos se calcula la longitud de la cubierta entre los nodos C y H (véase la Fig. 51), l' :

$$\frac{16,92}{16,7} = \frac{l'}{4,5 + x_C} \rightarrow l' = \frac{16,92 \cdot (4,5 + x_C)}{16,7}$$

Se plantea el equilibrio de momentos en el punto C:

$$\curvearrowleft \quad \sum M_C = 0 \quad (+) \Rightarrow q \cdot \frac{16,92 \cdot (4,5 + x_C)}{16,7} \cdot \frac{4,5 + x_C}{2} - R_A \cdot x_C = 0$$

$$q \cdot (1,01 \cdot x_C + 4,56) \cdot (2,25 + \frac{x_C}{2}) - R_A \cdot x_C = 0$$

$$q \cdot (1,01 \cdot 2,25 \cdot x_C + 1,01 \cdot \frac{x_C^2}{2} + 4,56 \cdot 2,25 + \frac{x_C}{2} \cdot 4,56) - R_A \cdot x_C = 0$$

$$q \cdot (0,505 \cdot x_C^2 + 4,55 \cdot x_C + 10,26) - R_A \cdot x_C = 0$$

$$58,92 \cdot x_C^2 + 6,54 \cdot x_C + 132,87 - 219,11 \cdot x_C = 0$$

$$6,54 \cdot x_C^2 - 160,19 \cdot x_C + 132,87 = 0$$

$$x_{C1} = 23,63$$

$$x_{C2} = 0,8596 \approx 0,86$$

La distancia x_C es de 0,86 m, con lo que la posición del punto C está ya definida.

TRAZADO DEL FUNICULAR CENTRAL ENTRE LOS PUNTOS C Y D

Por trabajar en una estructura simétrica, se va a trazar el funicular correspondiente al faldón izquierdo de la cubierta, obteniendo por simetría el arco funicular de la derecha.

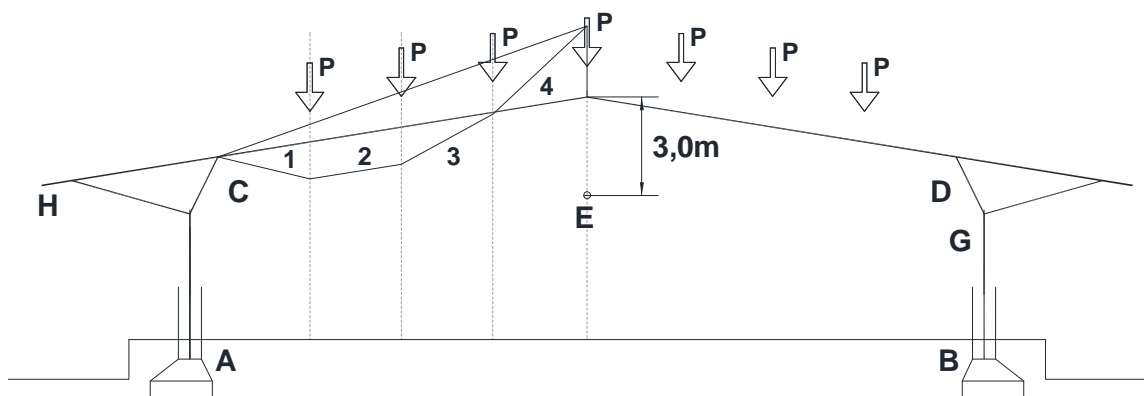


Fig. 52. Trazado del primer funicular

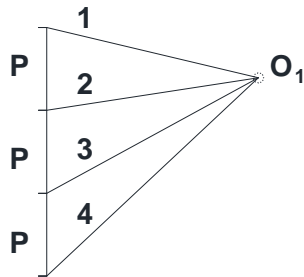


Fig. 53. Polígono de fuerzas 1.

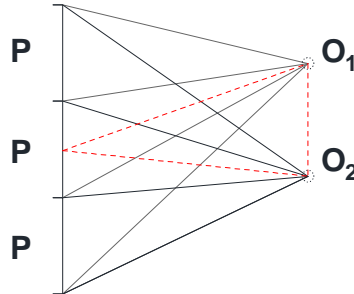
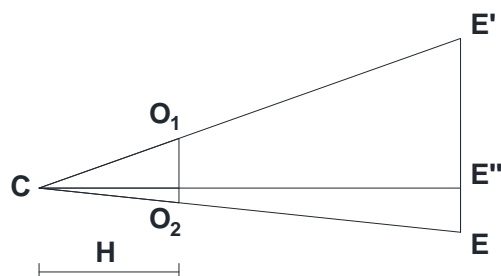


Fig. 54. Polígono de fuerzas 2.

Primero, se plantea un polo arbitrario O_1 y se traza el polígono sumatorio de fuerzas (Fig. 53). La inclinación de los esfuerzos del polígono es la misma que la del tramo del funicular que le corresponde. Se dibuja el funicular resultante (Fig. 52).

Ahora se necesita que el funicular pase por el punto E, manteniendo el empuje (H) constante. Por semejanza de triángulos, obtenemos la distancia entre O_1 y O_2 (Fig. 55). Se sitúa el nuevo polo O_2 y se traza de nuevo el polígono de fuerzas (Fig. 54).



$$\frac{\bar{H}}{O_1 O_2} = \frac{\overline{CE''}}{\overline{EE'}}$$

$$H \cdot \overline{EE''} = \overline{O_1 O_2} \cdot \overline{CE'}$$

Fig. 55. Semejanza de triángulos.

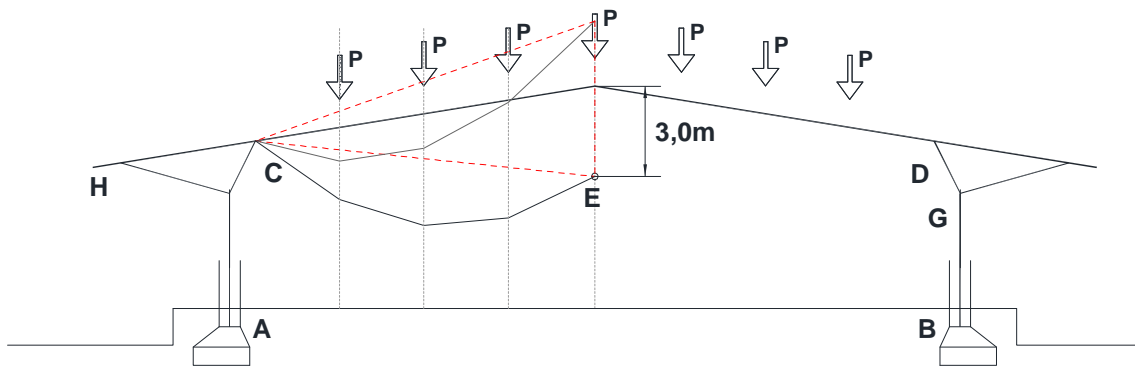


Fig. 56. Trazado del segundo funicular.

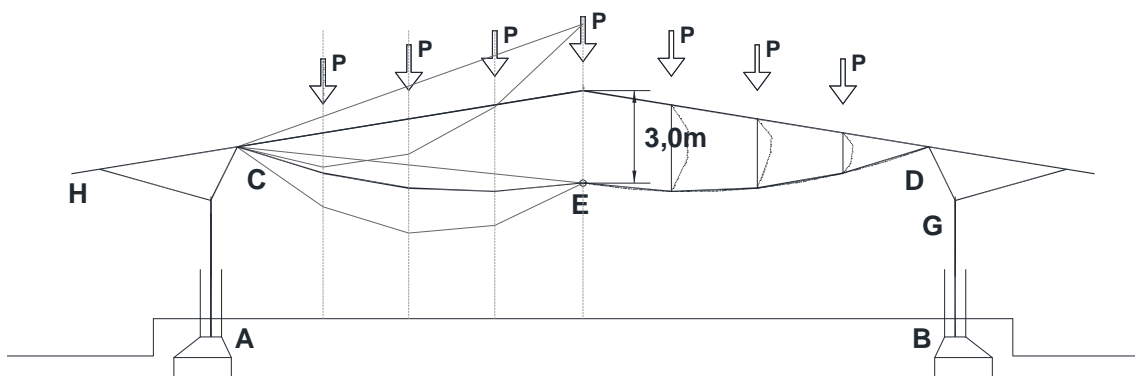


Fig. 57. Trazado del tercer funicular.

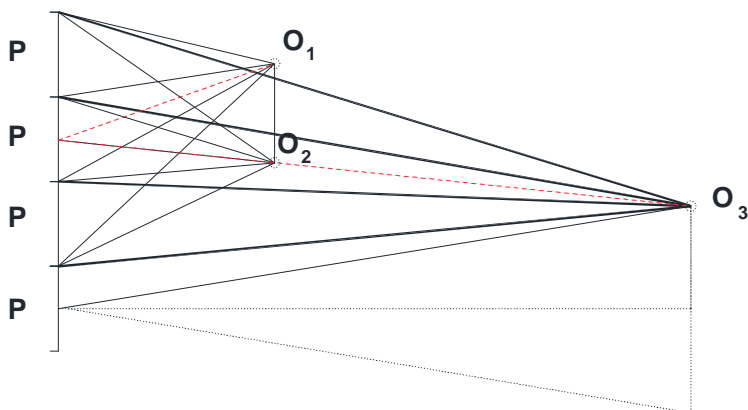


Fig. 58. Polígono de fuerzas 3

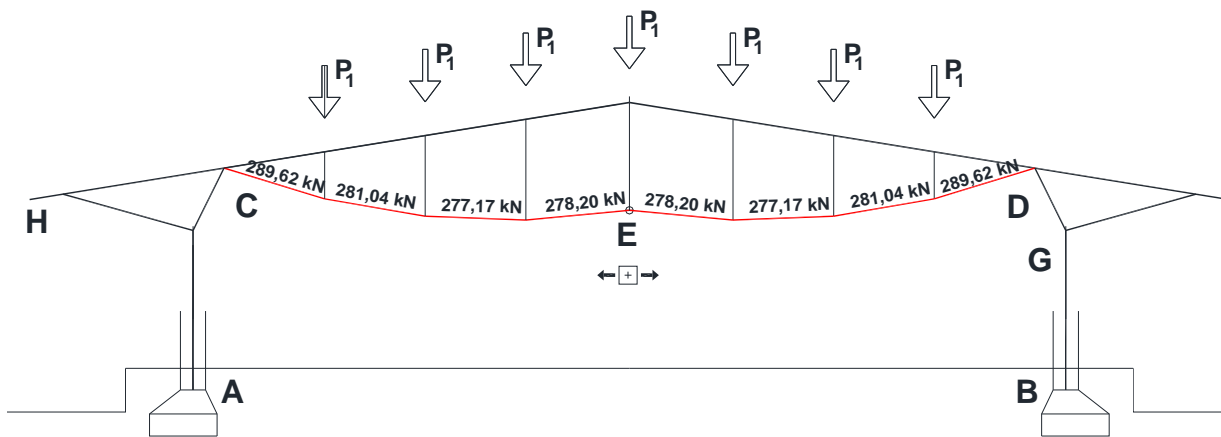


Fig. 59. Solución final

Por último, se necesita que el montante central esté en equilibrio. Para ello trazamos un tercer polígono de fuerzas (Fig. 58). Se modifica el empuje en la dirección del segmento que une C y E, para alcanzar el equilibrio sin que el funicular deje de pasar por éste último punto.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer el acceso facilitado a las instalaciones del CLUB DE CAMPO de Madrid, gracias al que se ha podido hacer un reportaje fotográfico en 2013. También agradecen el acceso al archivo CARLOS FERNÁNDEZ CASADO, en este momento cedido al CEHOPU, de donde proceden planos originales y alguna foto de la obra del Picadero.

Por último, agradecen así mismo las imágenes sobre Maillart y el edificio Magazzini Generali facilitadas por la biblioteca de la ETH de Zurich pertenecientes al archivo de Robert Maillart.